<2-E 유체역학>

p57 예제 2-12

p58 예제 2-13

p59 예제 2-15

p60 예제 2-16

p61 예제 2-18

p74 문제 2-14

p74 문제 2-15

p89 문제 2-19

p90 문제 2-20

p91 문제 2-22 문제 2-25

p92 문제 2-26

p108 예제 3-7

이외에 수업시간에 풀기준 예제 문제들을 공부할것 !

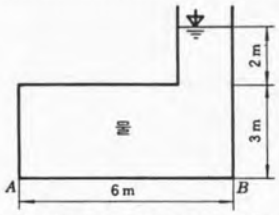
$$F=\gamma\bar{y}\sin\theta A=\gamma\bar{h}A \qquad \cdots\cdots\cdots(2\cdot14)$$

이고, 힘의 작용점인 **압력중심**(center of pressure) y_p는

$$y_p=\frac{I_c}{\bar{y}A}+\bar{y} \qquad \cdots\cdots\cdots(2\cdot15)$$

여기서 $\bar{y}$는 면적의 도심이고, I_c는 도심에 관한 단면 2차관성모우멘트이다. 식 (2·15)에서 알 수 있듯이 압력중심은 도심보다 항상 아래에 있다.

예제 2-11. 그림과 같은 탱크에 물이 들어 있다. 밑변 AB에 작용하는 힘을 구하라.
단, 탱크의 폭은 1.5 m이다.



풀이 밑변 AB에서 압력은

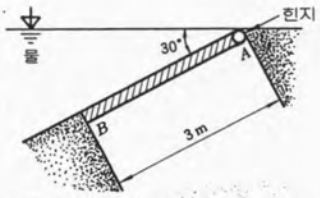
$$p=\gamma h=1000\times(2+3)=5000\,\text{kg}_f/\text{m}^2$$

따라서 AB면에 작용하는 힘은

$$F=p\cdot A=5000\times(6\times1.5)=45000\,\text{kg}_f$$

해답 45000 kg_f

예제 2-12. 그림과 같이 30°로 경사진 0.5 m×3 m의 수문평판 AB가 있다. A점에서 힌지(hinge)로 연결되어 있을 때 B에서 이 수문을 열기 위한 힘은 몇 Newton인가?



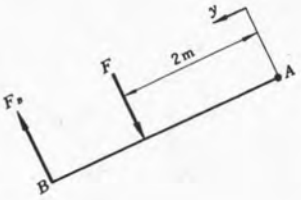
풀이 수문 AB가 받는 전압력 F는

$$F=\gamma\bar{y}\sin\theta A=9800\times1.5\times\sin30\times1.5=11025\,\text{N}$$

힘의 작용점인 압력중심 y_p는

$$y_p=\frac{I_c}{\bar{y}A}+\bar{y}=\frac{\dfrac{0.5\times3^3}{12}}{1.5\times1.5}+1.5=2\,\text{m}$$

오른쪽 자유물체도에서 점 A에 관한 모우멘트의 합은 0이므로

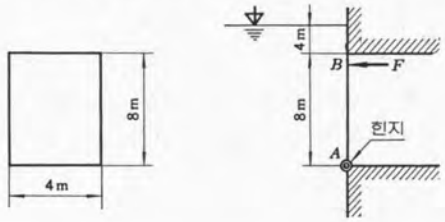


$$\Sigma M_A=0\,;\,F_B\times3-F\times2=0$$

$$\therefore F_B=\frac{2}{3}F=7350\,\text{N}$$

해답 7350 N

예제 2-13. 8 m×4 m의 수문을 그림과 같이 설치하였다. A점이 힌지(hinge)로 연결되어 있을 때 점 B에서 이 문을 열기 위한 힘 F는 얼마인가?



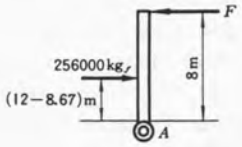
풀이 수직평판에서는 $\theta=90°$이므로 $\sin 90°=1$이다. 그러므로 수직수문에 작용하는 힘은

$$F=\gamma\bar{y}\sin 90\,A=\gamma\bar{h}A=1000\times(4+4)\times 32=256000\ \mathrm{kg}_f$$

압력중심 y_p는

$$y_p=\frac{I_c}{\bar{y}A}+\bar{y}=\frac{\frac{4\times 8^3}{12}}{8\times 32}+8=8.67\ \mathrm{m}$$

오른쪽 자유물체도에서 힌지 A에 관한 모우멘트의 합은 0이 되어야 하므로

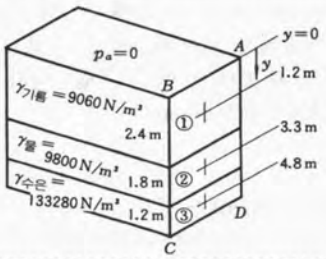


$$8\times F-(12-8.67)\times 256000=0$$

$\therefore\ F=106560\ \mathrm{kg}_f$

해답 $F=106560\ \mathrm{kg}_f$

예제 2-14. 깊이 5.4 m, 폭 2.1 m인 수조에 기름과 물, 수은이 그림과 같이 채워져 있다. 이 때 벽면($ABCD$)에 작용하는 힘과 작용점을 구하라.



풀이 3부분의 각 중심에서 압력은

$$p_1=\gamma_{기름}\bar{h}_1=9060\times 1.2=10872\ \mathrm{N/m^2}$$

$$p_2=\gamma_{기름}\times 2.4+\gamma_{물}\times(\bar{h}_2-2.4)$$
$$=9060\times 2.4+9800\times(3.3-2.4)=30564\ \mathrm{N/m^2}$$

$$p_3=\gamma_{기름}\times 2.4+\gamma_{물}\times 1.8+\gamma_{수은}\times(\bar{h}_3-4.2)$$
$$=9060\times 2.4+9800\times 1.8+133280\times(4.8-4.2)=119352\ \mathrm{N/m^2}$$

따라서 각 부분에 작용하는 전압력은

$$F_1=p_1A_1=10872\times 2.1\times 2.4=54795\ \mathrm{N}$$

$F_2 = p_2 A_2 = 30564 \times 2.1 \times 1.8 = 115532\,\text{N}$

$F_3 = p_3 A_3 = 119352 \times 2.1 \times 1.2 = 300767\,\text{N}$

따라서 벽면 $ABCD$에 작용하는 힘 F_R은

$$F_R = \sum_{i=1}^{3} F_i = 471094\,\text{N}$$

각 부분의 작용점을 구하면

$$y_{1p} = \frac{I_c}{\bar{y}_1 A} + \bar{y}_1 = \frac{\dfrac{2.1 \times 2.4^3}{12}}{1.2 \times 2.1 \times 2.4} + 1.2 = 1.6\,\text{m}$$

$$y_{2p} = \frac{I_c}{\bar{y}_2 A} + \bar{y}_2 = \frac{\dfrac{2.1 \times 1.8^3}{12}}{3.3 \times 2.1 \times 1.8} + 3.3 = 3.38\,\text{m}$$

$$y_{3p} = \frac{I_c}{\bar{y}_3 A} + \bar{y}_3 = \frac{\dfrac{2.1 \times 1.2^3}{12}}{4.8 \times 2.1 \times 1.2} + 4.8 = 4.825\,\text{m}$$

따라서 $y=0$인 축에 대한 벽면에 작용하는 전압력의 모우멘트와 같은 축에 대한 각 부분 힘의 모우멘트는 같아야 하므로

$$F_R \cdot y_p = \sum_{i=1}^{3} F_i \cdot y_{ip}$$

$$\therefore\ y_p = \frac{1}{F_R}(F_1 y_{1p} + F_2 y_{2p} + F_3 y_{3p})$$

$$= \frac{1}{471094}(54795 \times 1.6 + 115532 \times 3.38 + 300767 \times 4.825)$$

$$= 4.1\,\text{m}$$

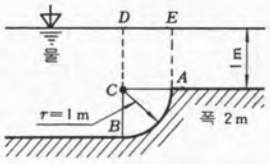
해답 471094 N, 4.1 m

§ 2·7 곡면에 작용하는 힘

액체 속에 잠겨 있는 곡면의 **수평분력**(horizontal component)은 곡면의 수평투영면적에 작용하는 전압력과 같고, 작용선은 투영면적의 압력중심과 일치한다.

액체 속에 잠겨 있는 곡면의 **수직분력**(vertical component)은 곡면 위에 있는 액체의 무게와 같고, 작용선은 액체의 무게 중심을 지난다.

예제 2-15. 그림과 같이 폭이 2m인 4분원통 AB면에 작용하는 힘의 수직분력 F_V과 수평분력 F_H은 각각 몇 kg_f인가?



풀이 곡면 AB에 작용하는 수직분력은 곡면 AB 위에 있는 물의 무게와 같다.

$$F_V=\gamma V=\gamma(\text{면적 } DEAC+\text{면적 } ABC)\times 2$$
$$=1000\left(1\times1\times2+\frac{\pi\times1^2}{4}\times2\right)$$
$$=3570\,\text{kg}_f$$

곡면 AB에 작용하는 수평분력은 곡면 AB의 수평투영면적에 작용하는 힘과 같다.
곡면 AB의 수평투영면적

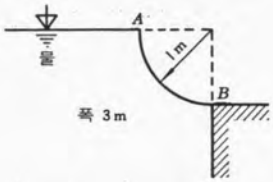
$$A=1\times2=2\,\text{m}^2$$

이므로

$$F_H=\gamma\bar{h}A=1000\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot2=3000\,\text{kg}_f$$

해답 $F_V=3570\,\text{kg}_f$, $F_H=3000\,\text{kg}_f$

예제 2-16. 그림과 같은 수문 AB가 받는 수평분력 F_H와 수직분력 F_V는 각각 몇 N인가?



풀이 곡면 AB에 작용하는 수평분력 F_H는 곡면 AB의 수평투영면적에 작용하는 힘과 같다.

$$F_H=\gamma\bar{h}A=9800\times0.5\times(1\times3)=14700\,\text{N}$$

곡면 AB에 수직상방으로 작용하는 힘 F_V는 AB 위에 있는 가상의 물무게에 해당한다.

$$F_V=\gamma V=9800\times\left(\frac{\pi\times1^2}{4}\times3\right)=23079\,\text{N}$$

해답 $F_H=14700\,\text{N}$, $F_V=23079\,\text{N}$

§ 2·8 부 력

정지유체에 잠겨 있거나 떠 있는 물체는 유체에 의하여 수직상방으로 힘을 받는다. 이것을 **부력**(浮力;buoyant force)이라 한다.

그림 2-10에서 높이가 h이고, 단면적 dA인 요소가 받는 힘은

$$dF_B=(p_2-p_1)\,dA=\gamma h dA=\gamma dV$$

따라서 물체 전체가 받는 힘 F_B는

$$\boxed{F_B=\int\gamma dV=\gamma V} \qquad \cdots\cdots\cdots(2\cdot16)$$

여기서 F_B는 부력, V는 물체의 잠긴 체적이다.

식 (2·16)에서 부력의 크기는 물체가 유체 속에 잠긴 체적에 해당하는 유체의 무게와 같고, 그 방향은 수직상방이다. 이것을 **Archimedes의 원리**라 한다. 그리고 부력의 중심, 즉 **부심**(浮心;center of buoyancy)은 유체의 잠긴 체적의 중심이다.

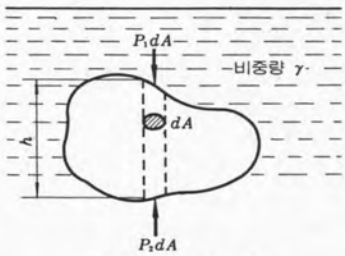


그림 2-10 부 력

예제 2-17. 부력은?

㉮ 물체에 의하여 배제된 유체의 무게와 같다.
㉯ 유체 속에 잠겨 있는 물체를 평형시키는데 필요한 힘이다.
㉰ 물체의 중력과 같다.
㉱ 물체의 체적과 같은 양의 유체의 무게와 같다.

해답 ㉮

예제 2-18. 밑변 1m×1m, 높이가 0.5m인 나무토막 위에 200kg$_f$의 추를 올려놓고 물에 띄웠다. 나무의 비중을 0.6이라 할 때, 물 속에 잠긴 부분의 부피를 구하라.

풀이 물에 잠긴 부피를 Vm³이라 하면 부력 F_B는

$$F_B=\gamma V=1000V\ \text{kg}_f$$

나무토막의 무게

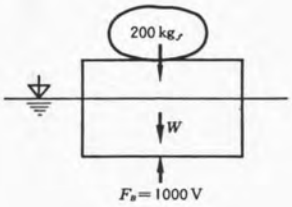
$$W=1000\times0.6\times(1\times1\times0.5)$$
$$=300\ \text{kg}_f$$

오른쪽 자유물체도에서 힘의 평형을 고려하면

$$F_B=200+W$$

이므로

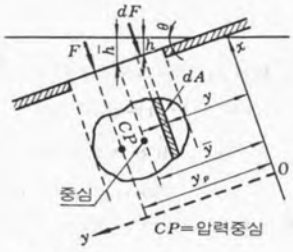
$$1000V=200+300$$
$$\therefore\ V=0.5\ \text{m}^3$$



해답 0.5m³

면 전체에 작용하는 힘은

$$F=\int dF=\int \gamma y\sin\theta dA=\gamma\sin\theta\bar{y}A$$
$$=\gamma\bar{h}A$$



압력중심을 구하기 위해서 합력모우멘트 y_pF는 x축에 대해 미소면적에 가해진 힘 dF의 모우멘트의 합과 같아야 하므로

$$y_pF=\int_A y\,dF$$

$$\therefore\ y_p=\frac{1}{F}\int_A y\,dF=\frac{1}{\gamma\bar{y}\sin\theta A}\int_y y\gamma y\sin\theta dA=\frac{1}{\bar{y}A}\int y^2dA=\frac{I_x}{\bar{y}A}$$

평행축정리

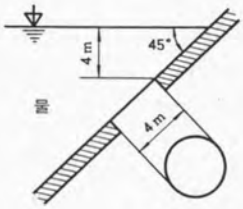
$I_x=I_c+\bar{y}^2A$을 이용하면

따라서

$$y_p=\frac{I_c}{\bar{y}A}+\bar{y}$$

해답 $F=\gamma\bar{y}\sin\theta A=\gamma\bar{h}A,\ \ y_p=\dfrac{I_c}{\bar{y}A}+\bar{y}$

문제 2-14. 오른쪽 그림에서 수면이 4 m인 곳에 45°로 기울어지게 설치된 지름 4 m인 원형 수문이 있다. 수문의 자중을 무시할 때 수문이 받는 전압력 F와 압력중심 y_p를 구하라.



풀이 수문에 작용하는 힘 F는

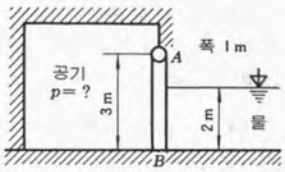
$$F=\gamma\bar{y}\sin\theta A$$
$$=1000\times\left(\frac{4}{\sin 45}+2\right)\times\sin 45\times\frac{\pi 4^2}{4}$$
$$=68000\,\text{kg}_f$$

압력중심 y_p는

$$y_p=\frac{I_c}{\bar{y}A}+\bar{y}=\frac{\dfrac{\pi 4^4}{64}}{\left(\dfrac{4}{\sin 45}+2\right)\dfrac{\pi 4^2}{4}}+\left(\frac{4}{\sin 45}+2\right)=7.79\,\text{m}$$

해답 $F=68000\,\text{kg}_f,\ \ y_p=7.79\,\text{m}$

문제 2-15. 그림과 같이 수문 AB가 있다. A점이 힌지로 되어 있을 때 수문 AB가 평형을 유지하려면 공기압력 p를 얼마로 하여야 하는가?



풀이 물에 의한 힘 F_w는

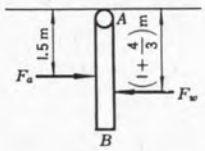
$$F_w=\gamma\bar{h}A$$
$$=1000\times 1\times(2\times 1)$$
$$=2000\,\text{kg}_f$$

공기에 의한 힘 F_a는

$$F_a=pA=3p$$

수문 AB의 자유물체도에서 수문 AB가 평형을 유지하기 위해서

$\Sigma M_A=0$ 이므로

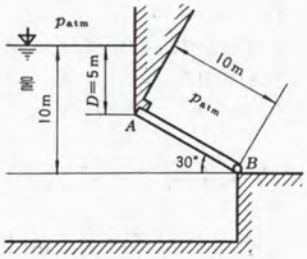


$$\Sigma M_A=3p\times1.5-\left(1+\frac{4}{3}\right)\times2000$$
$$=0$$

$\therefore\ p=1037\ \mathrm{kg}_f/\mathrm{m}^2$

해답 $p=1037\ \mathrm{kg}_f/\mathrm{m}^2$

문제 2-16. 그림에서 폭 5 m, 길이 10 m의 직사각형 수문 AB가 B에서 힌지(hinge)로 연결되어 있다. A에서 받는 힘을 구하라.



풀이 깊이 h인 곳에서 압력은

$$p=p_{atm}+\gamma_w h$$

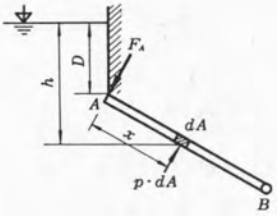
아래 그림에서

$$h=D+x\sin30$$

이므로

$$p=p_{atm}+\gamma_w(D+x\sin30)$$

평판 AB에 작용하는 힘은



$$F=\int_0^{10}(p-p_{atm})\,dA$$
$$=\int_0^{10}\gamma_w(D+x\sin30)5\,dx$$
$$=5\gamma_w\left(Dx+\frac{x^2}{2}\sin30\right)\Big|_0^{10}$$
$$=5000\left(5\times10+\frac{10^2}{2}\sin30\right)$$
$$=375000\ \mathrm{kg}_f$$

작용점은

$$y_p=\frac{I_c}{\bar{y}A}+\bar{y}=\frac{\frac{5\times10^3}{12}}{\left(\frac{5}{\sin30^\circ}+5\right)(5\times10)}+\left(\frac{5}{\sin30^\circ}+5\right)$$
$$=15.56\ \mathrm{m}$$

여기서 $\bar{y}=\frac{5}{\sin30}+5$는 수면으로부터 경사각도 30°로 잰 수문 AB의 도심이다.

점 A에서 작용점까지의 거리는

$$y_p-\frac{5}{\sin30}=5.56\ \mathrm{m}$$

따라서 A에서 반력을 F_A라 하면 B에 대한 모우멘트의 합은 0이다.

$$\Sigma M_B=10F_A-(10-5.56)F=0$$

$\therefore\ F_A=\frac{10-5.56}{10}F=\frac{10-5.56}{10}\times375000=166500\ \mathrm{kg}_f$

해답 $166500\ \mathrm{kg}_f$

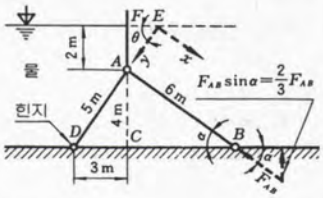
점 B에 대한 모우멘트는

$$0.67F=\frac{b}{2}W\cos 30$$

$$\therefore\ b=\frac{(2)(0.67)F}{W\cos 30}=\frac{(2)(0.67)(8000)}{(2000)(\cos 30)}=6.19\,\text{m}$$

해답 $b=6.19\,\text{m}$

문제 2-19. 그림과 같이 5m 간격으로 지주(支柱) AB를 세워놓은 댐이 있다. 댐의 무게를 무시한다면 지주 AB가 받는 압축력은 몇 Newton인가?



풀이 $\triangle ACD$와 $\triangle AFE$는 닮음삼각형이므로

$$AE:AD=AF:AC$$

$$\therefore\ AE=2.5\,\text{m}$$

댐 AD가 받는 힘 F_{AD}는

$$F_{AD}=\gamma\bar{y}\sin\theta A=9800\times(2.5+2.5)\times\frac{4}{5}\times(5\times5)$$

$$=980000\,\text{N}$$

힘의 작용점 y_p는

$$y_p=\frac{I_c}{\bar{y}A}+\bar{y}=\frac{\frac{5\times5^3}{12}}{5\times25}+5=5.417\,\text{m}$$

그리고 지주 AB가 받는 압축력 F_{AB}의 수직성분은

$$F_{AB}\sin\alpha=\frac{2}{3}F_{AB}$$

댐 AD가 평형을 유지하기 위해서는 힌지 D에 관한 모우멘트 $\Sigma M_D=0$이므로

$$\Sigma M_D=F_{AD}\times(5+2.5-y_p)-\frac{2}{3}F_{AB}(3+\sqrt{6^2-4^2})+F_{AF}\times\left(4+\frac{2}{3}\right)$$

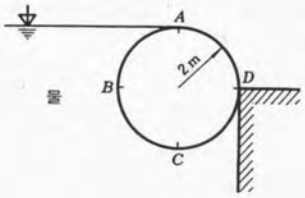
$$=980000\times(7.5-5.417)-\frac{2}{3}F_{AB}\times7.472+98000\times\left(4+\frac{2}{3}\right)$$

$$=0$$

$$\therefore\ F_{AB}=501607\,\text{N}$$

해답 501607 N

문제 2-20. 그림에서 보듯이 실린더가 물을 막고 있고, 실린더와 벽 사이에 접촉은 매끈하다. 이 때 (1) 1m당 실린더의 무게, (2) 벽에 작용하는 힘을 구하라.



풀이 (1) 실린더 BCD의 수직분력은 BCD 위의 가상의 물의 무게에 해당한다.

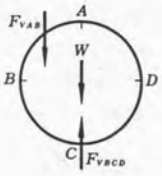
$$F_{VBCD}=\left(\frac{\pi r^2}{2}+2r^2\right)\gamma=(2\pi+8)\gamma$$

AB 위의 물의 무게는

$$F_{VAB}=\left(r^2-\frac{\pi r^2}{4}\right)\gamma=(4-\pi)\gamma$$

이 실린더의 자유물체도는 오른쪽 그림과 같다. 자유물체도에서

$$F_{VAB}+W=F_{VBCD}$$



따라서

$$W=F_{VBCD}-F_{VAB}=(2\pi+8)\gamma-(4-\pi)\gamma$$
$$=(3\pi+4)\gamma=(3\pi+4)\times1000$$
$$=13420\ \mathrm{kg}_f$$

(2) 벽면 D점에 작용하는 힘은 ABC면에 작용하는 힘에서 CD면에 작용하는 힘을 뺀 힘이다. 그러나 BC면과 CD면에 작용하는 힘은 크기가 같고 방향이 반대이므로 서로 상쇄된다. 그러므로 단지 AB면에 작용하는 수평분력만 남는다.

따라서

$$F_{HAB}=\gamma\bar{h}A=\gamma\times1\times2=2\gamma=2000\ \mathrm{kg}_f\ (\rightarrow)$$

해답 (1) 13420 kg_f, (2) 2000 kg_f (→)

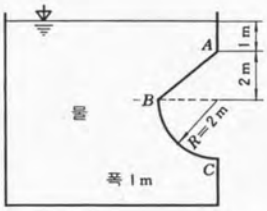
문제 2-21. 그림과 같은 수조가 있다. 다음을 구하라.

(1) ABC에 작용하는 수평분력과 작용선

(2) AB에 작용하는 수직분력

(3) BC에 작용하는 수직분력

(4) ABC에 작용하는 수직분력



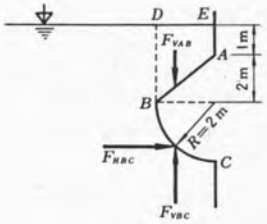
풀이 (1) 면 ABC에 작용하는 수평분력은 수평투영면적, 즉 4 m×1 m의 평판에 작용하는 힘과 같고, 작용선은 이 평판의 압력중심과 같다. 따라서

$$F_H=\gamma\bar{h}A=1000\times(1+2)\times4\times1=12000\ \mathrm{kg}_f\ (\rightarrow)$$

$$y_p=\frac{I_c}{\bar{y}A}+\bar{y}=\frac{\frac{4^3\times1}{12}}{(2+1)\times4}+(2+1)=3.44\ \mathrm{m}$$

(2) AB에 작용하는 하방수직분력은 AB 위의 물의 무게이다.

$$F_{VAB}=\gamma V_{EDBA}$$
$$=1000\left[(1)(2)(1)+\frac{1}{2}(2)(2)(1)\right]$$
$$=4000\ \mathrm{kg}_f\ (\downarrow)$$



(3) BC에 작용하는 상방수직분력은 곡면 BC 위에 가상의 물무게, 즉 $BCAED$의 물무게에 해당한다.

$$F_{VBC}=\gamma V_{BCAED}$$
$$=1000\left[(3)(2)(1)+\frac{\pi}{4}(2)^2(1)\right]$$
$$=9142\ \mathrm{kg}_f\ (\uparrow)$$

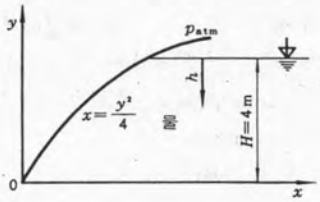
(4) ABC에 작용하는 수직분력은 BC면에 작용하는 힘에서 AB면에 작용하는 힘을 빼면 된다. 즉,

$$F_V=F_{VBC}-F_{VAB}=9142-4000=5142\ \mathrm{kg}_f\ (\uparrow)$$

해답 (1) 12000 kg_f, 3.44 m (→)
(2) 4000 kg_f (↓)
(3) 9142 kg_f (↑)
(4) 5142 kg_f (↑)

문제 2-22. 폭 5 m인 포물면 수문이 그림과 같다. 이 수문에 작용하는 힘의 수평성분 및 수직성분의 크기와 작용선을 구하라.

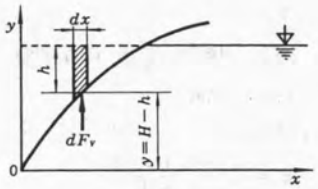
풀이 포물면에 작용하는 수평분력 F_H는 포물면의 수평투영면적 (y축에 투영)에 작용하는 힘과 같으므로

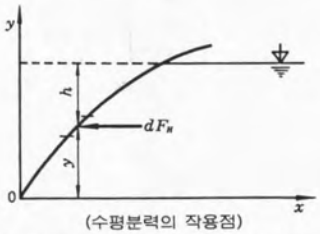


$$F_H=\gamma_w \bar{h} A=1000\times 2\times(4\times 5)$$
$$=40000\ kg_f$$

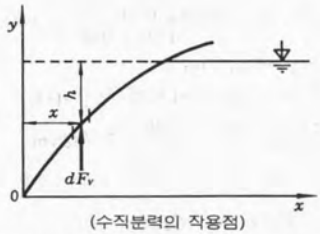
포물면에 작용하는 수직분력 F_V는 포물면 위에 있는 가상의 물무게이므로

$$F_V=\int dF_V=\int_0^{\frac{H^2}{4}}\gamma_w 5\,h dx=\int_0^{\frac{H^2}{4}}5\,\gamma_w(H-y)\,dx$$
$$=5\,\gamma_w\int_0^{\frac{H^2}{4}}(H-2x^{\frac{1}{2}})\,dx$$
$$=5\,\gamma_w\left[H\cdot x-\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_0^{\frac{H^2}{4}}$$
$$=\frac{5\gamma_w H^3}{12}=\frac{5\times 1000\times 4^3}{12}$$
$$=26667\ kg_f$$





(수평분력의 작용점)



(수직분력의 작용점)

0 점으로부터 작용점까지의 거리를 x_p와 y_p로 하자.
x축에 대한 F_H의 모우멘트는 같은 축에 대한 각 미소 힘 dF_H의 모우멘트의 합과 같아야 한다. 즉,

$$y_p F_H=\int y\,dF_H$$

$$\therefore\ y_p=\frac{1}{F_H}\int y\,dF_H=\frac{1}{F_H}\int y\,(p\,dA)=\frac{1}{F_H}\int_0^H y\,(\gamma_w\cdot h)\,5\,dy$$
$$=\frac{5\,\gamma_w}{F_H}\int_0^H y\,(H-y)\,dy=\frac{5\,\gamma_w H^3}{6F_H}=\frac{5}{6}\times\frac{1000\times 4^3}{40000}$$
$$=1.33\ m$$

같은 방법으로

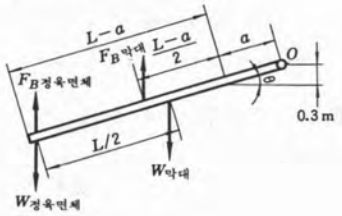
$$x_p F_V=\int x\,dF_V$$

$F_{B\,막대}=\gamma V=\gamma A(L-a)=(9800)(0.002)(3-a)=19.6(3-a)\,\mathrm{N}$

정육면체가 받는 부력은

$F_{B\,정육면체}=\gamma V=9800\times0.03=294\,\mathrm{N}$

오른쪽 자유물체도에서 점 O에 대한 모우멘트의 합은 0 이므로



다

$$\Sigma M_o=(F_{B\,막대}\cos\theta)\left(\frac{L-a}{2}+a\right)$$
$$-(W_{막대}\cos\theta)\left(\frac{L}{2}\right)$$
$$+(F_{B\,정육면체}\cos\theta)L-(W_{정육면체}\cos\theta)L$$
$$=0$$

윗 식에 수치들을 대입하면

$$\left\{19.6(3-a)\left(\frac{3}{2}+\frac{a}{2}\right)-15\left(\frac{3}{2}\right)+294(3)-300(3)\right\}\cos\theta=0$$

$\therefore\ a=2.2\,\mathrm{m}$

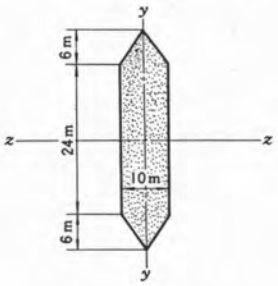
그러므로

$$\sin\theta=\frac{0.3}{2.2}=0.136$$

$\therefore\ \theta=7.82^\circ$

해답 $\theta=7.82^\circ$

문제 2-25. 잠긴 체적의 중량이 1000 ton인 전마선이 있다. 이 전마선의 수평단면은 오른쪽 그림과 같다. 부심과 중심은 각각 수면으로부터 2 m, 0.5 m 깊이에 있다. 이 때 로울링(rolling ; yy 축에 대해)할 때와 피칭(pitching ; zz 축에 대해)할 때 경심높이를 구하라.



전마선의 수평단면도

풀이 중심과 부심 사이의 거리

$\overline{CB}=2\,\mathrm{m}-0.5\,\mathrm{m}=1.5\,\mathrm{m}$

이 전마선의 잠긴 체적 V는

$$V=\frac{W}{\gamma}=\frac{1000\times1000\,\mathrm{kg}_f}{1000\,\mathrm{kg}_f/\mathrm{m}^3}=1000\,\mathrm{m}^3$$

y축에 관한 2차관성모우멘트 I_{yy}는

$$I_{yy}=\frac{24(10)^3}{12}+4\left(\frac{1}{12}6\times5^3\right)^*=2250\,\mathrm{m}^4$$

그

z축에 관한 2차관성모우멘트 I_{zz}는

$$I_{zz}=\frac{10(24)^3}{12}+2\left(\frac{1}{36}\right)(10)(6)^3+2\times30\times(12+2)^{2**}=23400\,\mathrm{m}^4$$

따라서 로울링에 대하여

$$\overline{MC}=\frac{I_{yy}}{V}-\overline{CB}=\frac{2250}{1000}-1.5=0.75\,\mathrm{m}>0\,(\text{안정})$$

피칭에 대하여

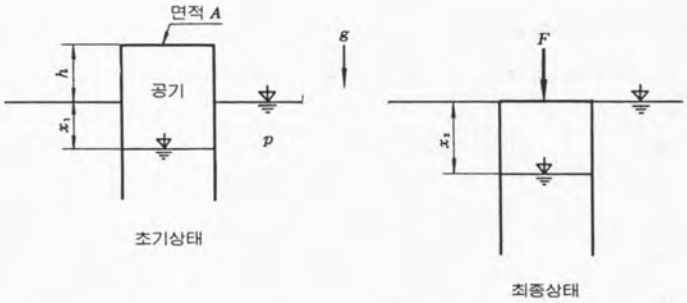
$$\overline{MC}=\frac{I_{zz}}{V}-\overline{CB}=\frac{23400}{1000}-1.5=21.9\,\mathrm{m}>0\,(\text{안정})$$

해답 로울링 : $\overline{MC}=0.75\,\text{m}$, 피칭 : $\overline{MC}=21.9\,\text{m}$

참고 *삼각형 밑변에 관한 관성모우멘트 $I=\dfrac{bh^3}{12}$

**평행축 정리 $I=I_c+Ad^2$(여기서 d는 기준축에서 도심까지 거리이다.)

문제 2-26. 한쪽 단이 개방된 원통형 can을 비중량 γ인 액체에 엎어 놓았을 때 그림과 같이 떠 있다. 이 can의 단면적은 A, 무게는 W이다. can을 액체 속에 완전히 밀어넣는데 필요한 힘 F를 W, γ, A, h로 표시하라.
단, can속의 공기는 Boyle의 법칙에 따르고, can의 두께는 무시할 수 있다.



풀이 초기상태에서 can 안에 있는 공기의 압력과 부피를 p_1, V_1이라 하면 p_1은 x_1의 깊이에서 압력이므로

$$p_1=\gamma x_1$$

그리고 체적은

$$V_1=A(x_1+h)$$

x_1은 다음과 같은 관계식에서 얻을 수 있다.

can의 무게=부력

$$W=\gamma(Ax_1) \qquad \therefore\ x_1=\frac{W}{\gamma A}$$

완전히 잠겼을 때 공기의 압력 p_2와 부피 V_2는

$$p_2=\gamma x_2,\quad V_2=Ax_2$$

이고, 힘의 평형을 고려하면

can의 무게+누르는 힘=부력

$$W+F=\gamma(x_2A)$$

$$\therefore\ x_2=\frac{1}{\gamma A}(W+F)$$

Boyle의 법칙 $p_1V_1=p_2V_2$에서

$$\gamma\left(\frac{W}{\gamma A}\right)A\left(\frac{W}{\gamma A}+h\right)=\gamma\left(\frac{W+F}{\gamma A}\right)A\left(\frac{W+F}{\gamma A}\right)$$

따라서

$$F=\sqrt{W^2+W\gamma Ah}-W$$

해답 $F=\sqrt{W^2+W\gamma Ah}-W$

이므로 식 (3·7)은

$$\nabla\cdot(\rho \boldsymbol{V}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad \cdots\cdots\cdots(3\cdot 8)$$

비압축성흐름(ρ=상수)에서는

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \quad \text{또는} \quad \nabla\cdot\boldsymbol{V}=0 \qquad \cdots\cdots\cdots(3\cdot 9)$$

여기서 $\nabla\cdot\boldsymbol{V}$를 속도 $\boldsymbol{V}$의 다이버젠스(divergence)라 한다.

예제 3-5. 연속방정식이란?

㉮ 유선위의 두 점에 단위체적당 운동량법칙을 만족시켜 유도한 방정식이다.
㉯ 질량보존의 법칙을 유체유동에 적용한 방정식이다.
㉰ 에너지와 일 사이의 관계를 기술한 방정식이다.
㉱ 유체의 모든 입자에 뉴우톤의 운동의 법칙을 만족시킨 방정식이다.

해답 ㉯

예제 3-6. 지름 100㎜인 파이프에 비중 0.8인 기름이 평균유속 4m/s로 흐를 때 질량유량은 몇 $kg_f\cdot s/m$인가? 단, 물의 비중량은 $1000kg_f/m^3$로 한다.

풀이 기름의 밀도는

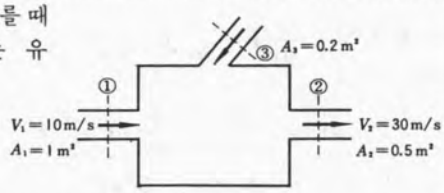
$$\rho=0.8\times 1000/9.8=81.633\,kg_f\cdot s^2/m^4$$

따라서 질량유량은

$$\dot{m}=\rho AV=81.633\times\frac{\pi}{4}\times 0.1^2\times 4=2.56\,kg_f\cdot s/m$$

해답 $2.56\,kg_f\cdot s/m$

예제 3-7. 그림과 같이 유체가 흐를 때 출구 ③을 통하여 흘러들어오는 유량을 구하라.



풀이 연속방정식으로부터

$$Q_1+Q_3=Q_2$$

$Q_1=A_1V_1$, $Q_2=A_2V_2$이므로

$$Q_3=Q_2-Q_1=A_2V_2-A_1V_1=0.5\times 30-10\times 1=5\,m^3/s$$

해답 $5\,m^3/s$